

## 【數學】 MATHEMATICS 【數學專刊】



# 走入賽局論的 美麗境界

國立交通大學經營管理研究所所長 胡均立教授

大多數關於經濟學的個體經濟教材都是從一個消費者的最佳選擇說起，故事不外乎是——在面對市場價格及所得的限制下，消費者根據自己的偏好，決定對不同類型財貨的消費量，以使其效用水準達到最大。然而，在現實社會中，個人基本上無法孤立於群體之外進行選擇與決策。例如：您可能願意且能夠請學校裡的校花「沈佳宜」一起去看電影，但是沈校花未必會同意跟您去看電影，又或者其他男同學也可能同時在約她去看電影，她的父母也可能會建議她不要在高中時期就單獨跟男生出去看電影。所以最後決定您「是否能夠如願以償地跟沈同學去看電影？」，或是「一共看幾場電影？」，並非可以用您「個人的效用極大化」所能單獨決定的，而會受到同時其他人的行為與彼此間的互動所影響。



而就是因為個人並非單獨地活在這個世界上，我們現在所見到的世界現況是由全球 70 億人每分、每秒不斷地互動所造成的均衡 (equilibrium) 結果。換言之，每一個人的效用都會同時受到自己與他人行為的影響。例如：您每天早上坐公車去學校所花費的時間，除了您自己抵達公車站牌的時間以外，還會受到公車司機的開車速度、其他駕駛或行人出門的時間及路線選擇等決策所影響。如果許多其他駕駛人也選擇了您所搭乘公車的行駛路線，並在同時使用相同路段，則大家的用路時間都會拉長。由於其他人的選擇會影響自己的效用，所以個人在選擇自己策略的同時，勢必得將其他人可能選擇的策略也納入考量。反之，其他人在進行策略選擇時，也會將自己以外的相關人士的策略選擇納入考量。

在這個多決策者進行互動的世界中，我們如何準確地預測互動的均衡結果？這是一個科學上的大哉問。而賽局論 (game theory) 就是一門分析多決策者間互動過程及均衡結果的學問。賽局論目前的應用範圍已包含經濟學、管理學、資訊科學、軍事學、政治科學、生物學等。對個人的日常生活、公司企業的經營管理、市場競爭實務、法律制度設計、政黨政治運作、軍事戰略布局、國際經貿談判等大小議題，皆具有協助決策者正確猜測對手反應、選取最佳有效策略的實際助益。

## ● 什麼是一個賽局 (game) 呢？

一個賽局至少包含五個要素：

參賽者 (players)、策略 (strategies)、報酬 (payoffs)、

資訊結構 (information structure)、遊戲規則 (rules of the game)。

參賽者是指誰在進行決策，例如：個人、廠商、國家等；策略是指參賽者可以採取的行動，例如：努力、訂價、開戰等；報酬是指個別參賽者所得到的獎懲，例如：獎狀、損失、油田等；資訊結構描述個別參賽者知道或不知道的事實，例如：學生的用功程度、競爭對手的單位成本、他國的飛彈部署等；遊戲規則則是規範參賽者的行為，例如：說謊者一旦被查獲要接受懲罰、做不實廣告的廠商要被罰款、違反環保公約的國家要被貿易制裁等。

清楚地定義了一個賽局以後，要如何知道什麼才是這個賽局的「均衡」結果呢？這就涉及到我們如何定義什麼是「均衡」？均衡的定義很多，例如：市場均衡是指價格調整到供給量等於需求量的狀態，而目前在賽局論中常用的均衡定義是納許均衡，由 1994 年諾貝爾經濟學獎得主約翰·納許 (John Forbes Nash, Jr.) 所提出。納許的想法是：

互相給定對手的策略下，每一個參賽者都沒有偏離目前所採策略的誘因，則這樣的一個策略組合是一個均衡狀態。

反過來說，給定其他參賽者的策略下，只要有任一個參賽者覺得可藉由改變策略提高自己的報酬，則這樣的策略組合就不是一個納許均衡。例如：產油國家一起約定了減少產量以提高油價的策略（即「給定的其他參賽者策略」），然而各國發現「在較高油價下偷偷多賣石油將使得自己獲利更多」（改變策略可以提高自己的報酬）。於是在給定其他國家遵守減產約定下，各產油國皆具有偏離約定偷多賣油的誘因，如此一來，「各國皆遵守協定一起來減產石油」便不是一個納許均衡結果，而通常這樣偏離納許均衡結果的策略，都不會成功。

納許均衡的概念常用來說明個體的理性行為經常無法達成整體的最大利益。例如：在全球氣候變遷政策執行的層面上，給定其他國家努力節能減碳下，個別國家也可以享有其他國家節能減碳的好處，自己更嚴格地節能減碳的誘因當然大打折扣。而若是其他國家不節能減碳，個別國家也不想自己多多努力節能減碳，然後讓其他國家坐享自己節能減碳的成果。所以最後雖然各個國家都知道全球共同努力節能減碳的整體利益較大，卻總是希望別人多多努力，自己則可以多搭便車。因此，全球的節能減碳努力長期處於不足的水準，導致氣候與環境走向極端變化。

另外，再如納許的博士論文指導教授塔克（Albert W. Tucker）所發明的囚犯兩難（Prisoner's Dilemma）賽局，也常被用來說明個體理性行為反而導致整體報酬總和下降的例子。如下表所示，囚犯兩難賽局中有兩個被隔離偵訊的囚犯甲和乙，他們各有兩個策略可供自己選擇：沉默、認罪。而此賽局的報酬架構符合「坦白從寬、抗拒從嚴」的原則。報酬組合中的前一個元素是甲的報酬，後一個元素是乙的報酬；類似的表示方式：策略組合中的前一個元素是甲的策略，後一個元素是乙的策略。假定刑期的單位是年，由於刑期對兩人帶來負的報酬，所以報酬組合中負值表示兩人的刑期長度所帶來的負效用。

給定甲選擇沉默下，乙若沉默要被求刑半年，乙若認罪則可立即獲得釋放。因為  $-0.5 < 0$ ，在給定甲選擇沉默下，乙的最佳反應是認罪以獲得立即釋放，所以很明顯的，乙有選擇偏離沉默的誘因。因此，（沉默，沉默）並非一個納許均衡。類似的推理過程告訴我們，一方沉默而另一方認罪也絕非一個納許均衡，因為給定一方認罪下，另一方可藉由改選認罪來降低自己的求刑，故而另一方具有也認罪的誘因。在囚犯兩難賽局中，唯一的納許均衡是（認罪，認罪），亦即雙方都有認罪的誘因，而互相給定對方認罪下，雙方都沒有偏離認罪策略的誘因。於是最後結果是囚犯乖乖認罪，警方順利破案。

		囚犯乙	
		沉默	認罪
囚犯甲	沉默	- 0.5, - 0.5	- 10, 0
	認罪	0, - 10	- 5, - 5



納許均衡的概念是源自於「非合作賽局」(non-cooperative game)的基礎。除了解釋非合作行為外，合作行為也是出自於非合作的動機，即個體間的合作是出於對自己有利的動機，合作或不合作都是為了提高自己的報酬。例如：廠商之間進行合作研發，不是為了要圖利其他廠商或造福全人類，而是因為預期合作研發比不合作研發給自己帶來更高的報酬。換言之，納許均衡的基本概念與經濟學之父亞當史密斯(Adam Smith)所提出的自利心(self interest)是一致的，理性的個體基於自利心進行生產與交換，在市場中反而造成對彼此有利的結果。



納許是在 1928 年出生，1950 年於普林斯頓大學取得數學博士學位，1951 年正式發表了〈非合作賽局〉的大作，但從 1959 年起，卻因為精神分裂症到醫院就醫，而於 1994 年獲得諾貝爾經濟學獎。就是因為這樣獨特的人生起伏經歷，他的故事被拍攝成電影《美麗境界》，英文片名為《A Beautiful Mind》，於 2001 年上映。電影的主軸著墨於納許精神分裂後，游走於真實與幻覺兩個世界中的經過，不過所幸最後納許終能與他的幻覺和平共處，正常的在真實世界中生活。

納許均衡的概念提醒我們，任何的制度設計都要考量到個體的誘因，亦即個體是否可藉由遵守制度規範而獲益，或是預期不遵守制度規範將受到處罰。《孟子·離婁上》說：「徒法不足以自行」。一項制度的設計，即使立意再良善，若是不能提供理性個體遵守的誘因，那麼制度設計的目標便無法成為均衡結果。如果制度設計反而獎勵違反遊戲規則的個體，懲罰遵守遊戲規則的個體，這是制度鼓勵人們違法。雖然我們鼓勵好事發生，但好事未必是納許均衡結果。我們應參考賽局論的智慧，考量個體的誘因與反應，慎選策略並有效率地利用資源，設計在市場經濟中可運行的制度，讓更多的好事得以實現成為均衡結果。



誠摯邀請老師分享您精闢的見解及投稿，投稿請寄：[we04@chwa.com.tw](mailto:we04@chwa.com.tw)

- 您的稿件企劃部將視情況刪修，修改後會寄給您過目，您同意後才會刊登。
  - 投稿作品，視同授權本刊書面及電子版刊載。作品一經刊登將依字數致贈稿酬。
  - 來稿請勿侵害他人著作權，如有引文，請註明參考資料來源。
  - 來稿請附作者資料：姓名、任教學校、聯絡電話／地址、電子郵件信箱。
- 如有任何疑問，歡迎您 E-mail 或來電詢問：02-2262-5666 # 213 楊先生。  
本公司已盡力處理刊物中圖文的著作權事宜，倘有疏漏，惠請著作權人能與本公司聯繫，僅此致謝。

總公司／北區高中營業處  
地址：新北市土城區忠義路 21 號  
電話：(02) 2262-5666  
傳真：(02) 2262-0565

中區高中營業處  
地址：臺中市南區樹義一巷 26 號 2 樓  
電話：(04) 2261-8485  
傳真：(04) 3601-8600

南區高中營業處  
地址：高雄市三民區應安街 12 號  
電話：(07) 381-1377  
傳真：(07) 960-2868