



蛋糕如何切「三等份」？



🕒 時事掃描

一年一次的生日，總讓人既期待又怕受傷害，期待慶生會，又擔心老了一歲，慶生會常會吃蛋糕，好吃的蛋糕拿到比較小塊的，心中難免出現小小遺憾。生活即數學，數學即生活，如何將蛋糕切一樣大？就是一個有趣的數學問題。

日本社團「數學愛好者協會」日前舉辦了一場數學競賽，題目是「將圓分為三等份」，還戲稱是數學系切蛋糕大賽，吸引無數網友絞盡腦汁投稿參賽。最優秀獎由奇特的「六芒星切法」奪下，神祕的圖騰讓評審及網友全都驚呆，評審對此感到不可思議，點評表示「到底怎麼想出來的」，還說「用這方法切蛋糕絕對能 hold 住全場。」

協會在推特上發布各選手的成果，入選的有「同心圓切法」、「披薩定理」、「水果削皮器」，佳作則是「想像四等份線」、「 $\sqrt{3} : \sqrt{6} : \sqrt{9}$ 」，也讓評審笑說「入選者中唯一實用的」、「分到最外圈的也太可憐」。優秀獎是「無限四等份」，運用無限趨近的概念，讓評審無奈「切幾年也不會到三等份吧！」

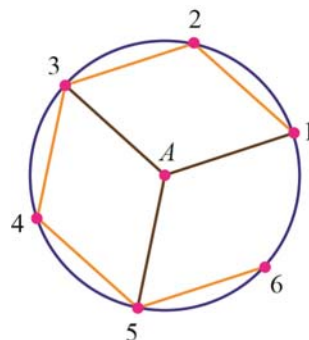
各種神人級的切法讓網友驚呼連連，一邊讚嘆數學的神奇，同時也忍不住大笑。有網友紛紛留言表示「太神了!」、「最好是切得出來」、「乾脆買三個蛋糕」，一個經典數學問題，再度引起網路熱議。

〈整理改寫自華視新聞 2019/08/21〉


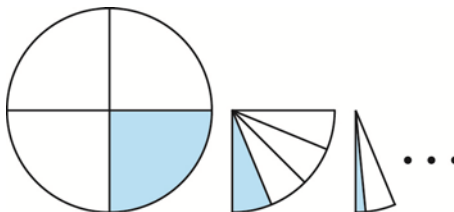
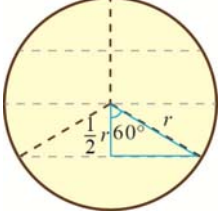
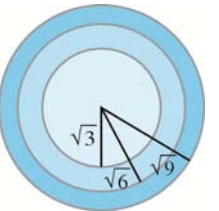
🍷 概念剖析

在抽象的世界中要將一個圓等分，可以透過繪圖、設未知數找出我們答案，但在生活中，有些並不容易，比方說如何找出蛋糕的圓心？同學可能會說就在中心點，那中心點在哪裡呢？我們用圓規在蛋糕上做圖？敢吃嗎？

我們可利用「弦中垂線過圓心」的概念，用刀子輕輕在蛋糕上劃一弦，再用乾淨的繩子不碰到蛋糕，比畫弦長後對折，找到中點，可利用刀子的直角刻痕，或者矩形的直角，做垂直線，重複此法得兩線弦中垂線，其交點即為圓心所在，有了圓心之後，利用繩子可以量測半徑，在蛋糕的圓弧邊緣選定任一點，每一個半徑長為弦做記號，分別為 1~6，選擇奇數或偶數點與圓心相連就是三等份了。



我們來看幾個日本比賽的案例：

<p>將半徑三等份，三圓比為 1 : 2 : 3，設半徑為 $r, 2r, 3r$，藍色蛋糕的面積為</p> $\frac{1}{4} \cdot 9r^2\pi + \frac{1}{4} \cdot (4r^2\pi - r^2\pi) = 3r^2\pi$ $= \frac{1}{3} \cdot (9r^2\pi) = \frac{1}{3} \cdot (\text{圓面積}).$ <p>同理，綠色蛋糕面積與藍色面積相等，所以紅色蛋糕面積亦為三分之一蛋糕。</p> <p style="text-align: right;">同心圓切法 1</p> 	<p>分四等份比三等份容易，無限四等份 2</p> <p>先分成四等份後，三個人每人先拿一等份，再將最後一塊藍色部分再分四等份，每人再拿一塊，剩下那塊再四等份，如此一直做下去，最後每人一共會吃到整個蛋糕的三分之一。</p> 
<p>將直徑四等份，做三條垂直平分線，如圖切法即完成三等分蛋糕。為何剛好三等份呢？如圖藍色直角三角形為一 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 的直角三角形。三咖啡虛線夾角為 120°。</p> <p style="text-align: right;">想像四等份線 3</p> 	<p>製作三個面積相等的同心圓與圓環，$\sqrt{3}:\sqrt{6}:\sqrt{9}$ 4</p> <p>設三個圓的半徑分別為 $\sqrt{3}r, \sqrt{6}r, \sqrt{9}r$，</p> <p>最小圓面積為 $3r^2\pi$；</p> <p>中間圓環為 $6r^2\pi - 3r^2\pi = 3r^2\pi$；</p> <p>最外環為 $9r^2\pi - 6r^2\pi = 3r^2\pi$。</p> 

🍷 小試身手

- 兩人慶祝情人節，兩人同享一個六吋的小蛋糕，如果對切一半有種分離的感覺，希望兩個人的緣分可以長長久久，所以想切成兩個同心圓，大圓半徑：小圓半徑比例？
(1) 1 : 1 (2) 1 : 0.71 (3) 1 : 0.58 (4) 1 : 0.50
- 承上題，情侶同享一個蛋糕，實際上可以如何分呢？強烈建議不看下列選項，思考一下。
(1) 六吋蛋糕，直徑約為 15.24 公分，小圓半徑約為 10.82 公分，利用前文找圓心的方式，找一條乾淨的繩子，長度取 10.82 公分，作一圓。
(2) 用湯匙，你一口我一口，感情更長久。
(3) 打成兩杯蛋糕飲品，乾杯慶祝。
(4) 隨意比例切成兩個同心圓，兩人同心不計較，讓對方先選，情義更濃。

答案：(2)

解析

設大圓半徑：小圓半徑 = 1 : r

$$\Rightarrow 1^2\pi - r^2\pi = r^2\pi \Rightarrow 1^2\pi = 2r^2\pi \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.71,$$

故選(2)。

答案：全

解析

沒有標準答案，放下精準有時會增加情趣。



蛋糕如何切「三等份」？



🧠 時事掃描

一年一次的生日，總讓人既期待又怕受傷害，期待慶生會，又擔心老了一歲，慶生會常會吃蛋糕，好吃的蛋糕拿到比較小塊的，心中難免出現小小遺憾。生活即數學，數學即生活，如何將蛋糕切一樣大？就是一個有趣的數學問題。

日本社團「數學愛好者協會」日前舉辦了一場數學競賽，題目是「將圓分為三等份」，還戲稱是數學系切蛋糕大賽，吸引無數網友絞盡腦汁投稿參賽。最優秀獎由奇特的「六芒星切法」奪下，神祕的圖騰讓評審及網友全都驚呆，評審對此感到不可思議，點評表示「到底怎麼想出來的」，還說「用這方法切蛋糕絕對能 hold 住全場。」

協會在推特上發布各選手的成果，入選的有「同心圓切法」、「披薩定理」、「水果削皮器」，佳作則是「想像四等份線」、「 $\sqrt{3} : \sqrt{6} : \sqrt{9}$ 」，也讓評審笑說「入選者中唯一實用的」、「分到最外圈的也太可憐」。優秀獎是「無限四等份」，運用無限趨近的概念，讓評審無奈「切幾年也不會到三等份吧！」

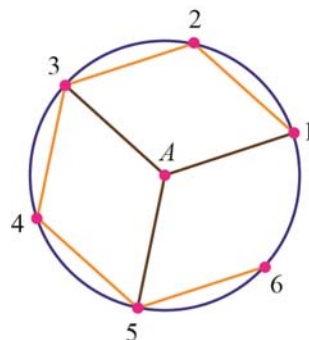
各種神人級的切法讓網友驚呼連連，一邊讚嘆數學的神奇，同時也忍不住大笑。有網友紛紛留言表示「太神了!」、「最好是切得出來」、「乾脆買三個蛋糕」，一個經典數學問題，再度引起網路熱議。

〈整理改寫自華視新聞 2019/08/21〉


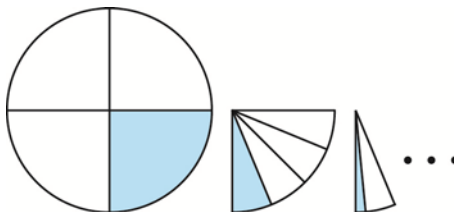
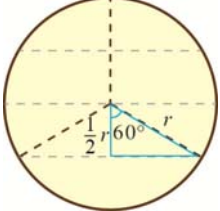
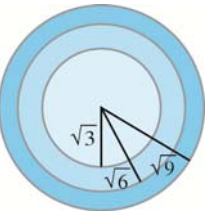
概念剖析

在抽象的世界中要將一個圓等分，可以透過繪圖、設未知數找出我們的答案，但在生活中，有些並不容易，比方說如何找出蛋糕的圓心？同學可能會說就在中心點，那中心點在哪裡呢？我們用圓規在蛋糕上做圖？敢吃嗎？

我們可利用「弦中垂線過圓心」的概念，用刀子輕輕在蛋糕上劃一弦，再用乾淨的繩子不碰到蛋糕，比畫弦長後對折，找到中點，可利用刀子的直角刻痕，或者矩形的直角，做垂直線，重複此法得兩線弦中垂線，其交點即為圓心所在，有了圓心之後，利用繩子可以量測半徑，在蛋糕的圓弧邊緣選定任一點，每一個半徑長為弦做記號，分別為 1~6，選擇奇數或偶數點與圓心相連就是三等份了。



我們來看幾個日本比賽的案例：

<p>將半徑三等份，三圓比為 1 : 2 : 3，設半徑為 r，$2r$，$3r$，藍色蛋糕的面積為</p> $\frac{1}{4} \cdot 9r^2\pi + \frac{1}{4} \cdot (4r^2\pi - r^2\pi) = 3r^2\pi$ $= \frac{1}{3} \cdot (9r^2\pi) = \frac{1}{3} \cdot (\text{圓面積}).$ <p>同理，綠色蛋糕面積與藍色面積相等，所以紅色蛋糕面積亦為三分之一蛋糕。</p> <p style="text-align: right;">同心圓切法 1</p> 	<p>分四等份比三等份容易，無限四等份 2</p> <p>先分成四等份後，三個人每人先拿一等份，再將最後一塊藍色部分再分四等份，每人再拿一塊，剩下那塊再四等份，如此一直做下去，最後每人一共會吃到整個蛋糕的三分之一。</p> 
<p>將直徑四等份，做三條垂直平分線，如圖切法即完成三等分蛋糕。為何剛好三等份呢？如圖藍色直角三角形為一 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 的直角三角形。三咖啡虛線夾角為 120°。</p> <p style="text-align: right;">想像四等份線 3</p> 	<p>製作三個面積相等的同心圓與圓環，$\sqrt{3}:\sqrt{6}:\sqrt{9}$ 4</p> <p>設三個圓的半徑分別為 $\sqrt{3}r$，$\sqrt{6}r$，$\sqrt{9}r$，</p> <p>最小圓面積為 $3r^2\pi$；</p> <p>中間圓環為 $6r^2\pi - 3r^2\pi = 3r^2\pi$；</p> <p>最外環為 $9r^2\pi - 6r^2\pi = 3r^2\pi$。</p> 

小試身手

- 兩人慶祝情人節，兩人同享一個六吋的小蛋糕，如果對切一半有種分離的感覺，希望兩個人的緣分可以長長久久，所以想切成兩個同心圓，大圓半徑：小圓半徑比例？

(1) 1 : 1 (2) 1 : 0.71 (3) 1 : 0.58 (4) 1 : 0.50
- 承上題，情侶同享一個蛋糕，實際上可以如何分呢？強烈建議不看下列選項，思考一下。

(1) 六吋蛋糕，直徑約為 15.24 公分，小圓半徑約為 10.82 公分，利用前文找圓心的方式，找一條乾淨的繩子，長度取 10.82 公分，作一圓。

(2) 用湯匙，你一口我一口，感情更長久。

(3) 打成兩杯蛋糕飲品，乾杯慶祝。

(4) 隨意比例切成兩個同心圓，兩人同心不計較，讓對方先選，情義更濃。