



## 24 年成長 24 倍，平均每年 1 倍？



### 時事掃描

日前朱安強老師在臉書上分享某電視臺在談論火箭隊身價時，有位名嘴說「火箭隊的身價從1993年的8500萬到2017年變為22億，24年成長24倍，相當於平均每年增加1倍！」

朱老師節錄的這則影片，是討論幾何平均數與算術平均數的好教材。大家對算術平均數，也就是相加後再除以相加個數，都不陌生。但講到幾何平均數，相乘後再取相乘個數的根號，就比較難立刻聯想。也因為應用較少，日常生活中講「平均」，預設的都是算術平均數。然後名嘴就踩到陷阱了。

既然用了「倍」來描述營業額的成長，即要看平均每年成長幾倍時，要用的是乘法的幾何平均數，而非加法的算術平均數。簡單來說：2年成長9倍，平均每年成長3倍，不是4.5倍。

回到影片中的實例，24年從8500萬成長到22億，更精確的數字是約26倍，開24次根號後，平均每年1.145倍。每年增加14.5%依然很可觀，但絕對不是每年增加1倍這麼誇張。

倘若每年增加1倍，24年後是約1600萬倍，0.85億的1600萬倍是1360兆，是全球百大公司加起來的好幾倍呢！這就是指數的威力。

## 概念剖析

報酬率的計算方式是常犯的錯誤迷思，除了文章中的實例，我們再舉一例來說，若一支基金過去兩年的績效為 50% 與 -50%，平均報酬率為何？直覺答案還是 0 嗎？其實答案是 -13%，這裡不能用算術平均去算，而是要用幾何平均  $\sqrt{(1+50\%)(1-50\%)} - 1 \approx -13\%$ 。再來提問如果先漲 50% 再跌 50% 與先跌 50% 再漲 50% 結果一樣嗎？

我們可以觀察幾何平均的算式， $(1-50\%)(1+50\%)$  符合乘法交換律，結果是一樣的。接著我們考慮若目前基金賠掉五成，要回到賠掉的原點，那得要漲多少才行？

答案是 1 除以  $(1-50\%) = 2$ ，也就是說要漲一倍才行，這就是投資理財專家一直提醒的要設定停損點，萬一大跌，要花更大幅度的大漲才能回到起始點，等虧損慢慢漲回打平、甚至獲利，要等上更久的時間。

投資損失%	-5%	-10%	-15%	-20%	-30%	-40%	-50%	-75%	-99%
回復本金所需報酬率	5.3%	11.1%	17.6%	25%	42.9%	66.7%	100%	300%	9900%

最後，年終快到了，我們聽到新聞播報：「2019 年 93% 企業平均年終 1.11 個月」，軍公教固定 1.5 個月感覺是優於平均的，但是我們不禁要問，平均年終是用算術平均計算呢？還是應該用加權平均計算更為適當。企業問卷調查加上公司人數，當然不同層級年終亦不同，如果只用有回覆問卷的公司，不考慮公司員工規模，如此得到的數據與實際年終的差異可能更大，生活中有很多統計數據想要告訴我們訊息，是否該全盤接受？還是需要保留一顆懷疑的心？有賴數學素養的提升，自然不被數字操弄，又能獲得訊息。

## 小試身手

- 經營公司十多年的阿全，今年面臨財務危機，必須要調整員工薪資，問了特助有何建議，特助回應：為了讓員工心安，我們分成四個月調薪，第一個月加薪 40%，第二個月減薪 40%，第三個月再加薪 40%，第四個月再減薪 40%，請問四個月後員工薪水變化為何？  
(1) 薪資不變 (2) 約加薪 20%  
(3) 約減薪 20% (4) 約減薪 30%。
- 承上題，部分員工發現薪水降低，董事長阿全出面鼓勵員工，希望大家共體時艱度過難關，並承諾若公司經營狀況好轉，明年分六個月調薪，最後大家會調高薪資 50%。請問每個月調薪幅度約為多少？  
(1) 5% (2) 6% (3) 7% (4) 8%。

答案：(4)

解析

設原薪水為  $P$  元，

$$P \times 1.4 \times 0.6 \times 1.4 \times 0.6 = 0.7056P$$

$$\approx 70\% P = 1 - 30\% P$$

所以約減薪 30%，故選(4)。

答案：(3)

解析

設原薪水為  $P$  元，

$$P \times (1+x)^6 = P(1+50\%) \Rightarrow x = \sqrt[6]{1.5} - 1 \approx 0.0699 \approx 7\%$$

每個月調薪約 7%，故選(3)。



## 24 年成長 24 倍，平均每年 1 倍？



### 時事掃描

日前朱安強老師在臉書上分享某電視臺在談論火箭隊身價時，有位名嘴說「火箭隊的身價從1993年的8500萬到2017年變為22億，24年成長24倍，相當於平均每年增加1倍！」

朱老師節錄的這則影片，是討論幾何平均數與算術平均數的好教材。大家對算術平均數，也就是相加後再除以相加個數，都不陌生。但講到幾何平均數，相乘後再取相乘個數的根號，就比較難立刻聯想。也因為應用較少，日常生活中講「平均」，預設的都是算術平均數。然後名嘴就踩到陷阱了。

既然用了「倍」來描述營業額的成長，即要看平均每年成長幾倍時，要用的是乘法的幾何平均數，而非加法的算術平均數。簡單來說：2年成長9倍，平均每年成長3倍，不是4.5倍。

回到影片中的實例，24年從8500萬成長到22億，更精確的數字是約26倍，開24次根號後，平均每年1.145倍。每年增加14.5%依然很可觀，但絕對不是每年增加1倍這麼誇張。

倘若每年增加1倍，24年後是約1600萬倍，0.85億的1600萬倍是1360兆，是全球百大公司加起來的好幾倍呢！這就是指數的威力。

## 🧠 概念剖析

報酬率的計算方式是常犯的錯誤迷思，除了文章中的實例，我們再舉一例來說，若一支基金過去兩年的績效為 50% 與 -50%，平均報酬率為何？直覺答案還是 0 嗎？其實答案是 -13%，這裡不能用算術平均去算，而是要用幾何平均  $\sqrt{(1+50\%)(1-50\%)} - 1 \approx -13\%$ 。再來提問如果先漲 50% 再跌 50% 與先跌 50% 再漲 50% 結果一樣嗎？

我們可以觀察幾何平均的算式， $(1-50\%)(1+50\%)$  符合乘法交換律，結果是一樣的。接著我們考慮若目前基金賠掉五成，要回到賠掉的原點，那得要漲多少才行？

答案是 1 除以  $(1-50\%) = 2$ ，也就是說要漲一倍才行，這就是投資理財專家一直提醒的要設定停損點，萬一大跌，要花更大幅度的大漲才能回到起始點，等虧損慢慢漲回打平、甚至獲利，要等上更久的時間。

投資損失%	-5%	-10%	-15%	-20%	-30%	-40%	-50%	-75%	-99%
回復本金所需報酬率	5.3%	11.1%	17.6%	25%	42.9%	66.7%	100%	300%	9900%

最後，年終快到了，我們聽到新聞播報：「2019 年 93% 企業平均年終 1.11 個月」，軍公教固定 1.5 個月感覺是優於平均的，但是我們不禁要問，平均年終是用算術平均計算呢？還是應該用加權平均計算更為適當。企業問卷調查加上公司人數，當然不同層級年終亦不同，如果只用有回覆問卷的公司，不考慮公司員工規模，如此得到的數據與實際年終的差異可能更大，生活中有很多統計數據想要告訴我們訊息，是否該全盤接受？還是需要保留一顆懷疑的心？有賴數學素養的提升，自然不被數字操弄，又能獲得訊息。

## 🧠 小試身手

- 經營公司十多年的阿全，今年面臨財務危機，必須要調整員工薪資，問了特助有何建議，特助回應：為了讓員工心安，我們分成四個月調薪，第一個月加薪 40%，第二個月減薪 40%，第三個月再加薪 40%，第四個月再減薪 40%，請問四個月後員工薪水變化為何？  
(1) 薪資不變 (2) 約加薪 20%  
(3) 約減薪 20% (4) 約減薪 30%。
- 承上題，部分員工發現薪水降低，董事長阿全出面鼓勵員工，希望大家共體時艱度過難關，並承諾若公司經營狀況好轉，明年分六個月調薪，最後大家會調高薪資 50%。請問每個月調薪幅度約為多少？  
(1) 5% (2) 6% (3) 7% (4) 8%。