



機率小妙用 - 玩大富翁、評估生病機率



時事掃描

機率在生活中無所不在。舉個例子來說一位數學家和小孩玩大富翁時，會刻意想辦法，搶到「監獄」與「起點」後 7 步的房地產，然後趕快把它們發展起來。因為你很容易因為命運、機會等事件被送到監獄或起點，而 7 點，是 2 顆骰子出現機率最高的點數。數學家運用這個觀念，在小孩面前成功扮演了「玩遊戲很厲害的爸爸」。

機率的發明，讓我們看清楚直覺在某些時候，有多不準。今年四月底澳洲知名數學老師艾迪·伍（Eddie Woo）來臺灣演講時，分享了一個經典例子。假設有一種疾病，罹患率是千分之一。

你覺得身體不太對勁，去檢查後，醫生告訴你檢查結果為陽性，你恐怕得了這種病。

醫生安慰你：「檢查不是百分之百正確，有 5% 的誤判可能。」，但這麼低的誤判率，你覺得有被安慰到嗎？請你先想三秒，評估自己生病的機率。實際上陽性反應代表生病的機率只有 2%！如果你單憑直覺思考，你絕對會對這個數字大感意外。與其說機率讓人意想不到，不如說直覺不是那麼可靠。以後遇到不確定時，不妨先想想看，能不能算算看機率吧。

〈整理改寫自聯合新聞網 2019/07/08〉

🧠 概念剖析

大家都知道玩大富翁，其中一個致勝關鍵在於擲骰子的「運氣」，所以我們先了解骰子的情況，擲兩顆骰子的所有情況如右。

	一點	二點	三點	四點	五點	六點
一點	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
二點	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
三點	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
四點	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
五點	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
六點	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

我們可以注意到兩粒骰子點數和為 7 時機率最高為 6/36，擲出 7 點機率最高，擲出 2 點與 12 點機率最低，理解之後我們可以運用在桌遊的獲勝策略上。

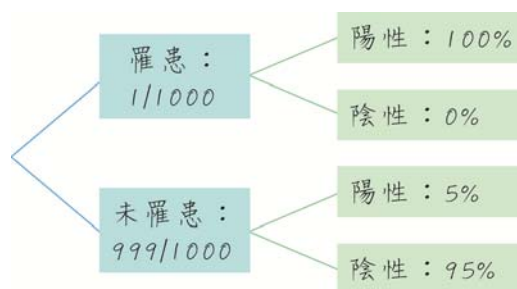
接著我們討論生活中可能會遇到的情況，被醫生告知檢驗結果為陽性，陷入人生低潮，實際上先不要過於悲觀，首先，該疾病的罹患率為千分之一，假設有 1000 位民眾來做檢測，平均來說有 1 位是患者。雖然另外 999 位民眾都很健康，但因為檢查誤差有 5%，將近 50 位民眾檢查結果是陽性，換句話說，50 位裡面只有 1 位是真正的病人。

我們先假設生病的人一定被檢驗出來。透過樹狀圖觀察如右，所以，被檢驗出為陽性實際真的罹患該病的機率為

$$\frac{\frac{1}{1000} \times 1}{\frac{1}{1000} \times 1 + \frac{999}{1000} \times 0.05} = 0.0196,$$

約為 2%，難怪醫生都會建議再找一家醫院檢驗。

不過由樹狀圖分母的兩筆數據可以觀察到如果今天罹患此病的人數升高，那麼陽性的準確率也會提高，比方說到診所快篩流感的人，如果驗出來是流感，還是乖乖吃克流感吧。



🧠 小試身手

- 兩人玩大富翁遊戲，但遊戲道具卻少了兩顆骰子，他們決定改用 6 枚硬幣，出現 1 個正面前進一步，都沒有正面出現就停止一次，目前輪到小華，他觀察到接下來六步內，1, 4 是對方的土地，請問小華走到對方土地的機率為何？
 (1) $\frac{6}{64}$ (2) $\frac{15}{64}$ (3) $\frac{21}{64}$ (4) $\frac{35}{64}$ 。
- 宴會在場的 50 位賓客有人偷了主人的珠寶，由於賓客身上都沒有珠寶，而且他們都不承認偷竊。警方決定動用測謊器，並且只問客人一個問題：「你有沒有偷珠寶？」。已知若某人說謊，則測謊器顯示他說謊的機率為 99%；若某人誠實，則測謊器顯示他誠實的機率是 90%。設竊賊只有一人。當測謊器顯示一賓客說謊時，該賓客真是竊賊的機率約為何？
 (1) 0.83 (2) 0.0198 (3) 0.1178 (4) 0.168。

答案：(3)

解析

首先計算擲出 1 個正面的機率為 $\frac{6}{64}$ ，

擲出 4 個正面的機率為 $\frac{C_4^6}{64} = \frac{15}{64}$ ，

所以走到對方土地的機率為 $\frac{21}{64}$ ，故選(3)。

答案：(4)

解析

$$\frac{\frac{1}{50} \times 0.99}{\frac{1}{50} \times 0.99 + \frac{49}{50} \times 0.1} \approx 0.168,$$

故選(4)。





機率小妙用 - 玩大富翁、評估生病機率



時事掃描

機率在生活中無所不在。舉個例子來說一位數學家和小孩玩大富翁時，會刻意想辦法，搶到「監獄」與「起點」後 7 步的房地產，然後趕快把它們發展起來。因為你很容易因為命運、機會等事件被送到監獄或起點，而 7 點，是 2 顆骰子出現機率最高的點數。數學家運用這個觀念，在小孩面前成功扮演了「玩遊戲很厲害的爸爸」。

機率的發明，讓我們看清楚直覺在某些時候，有多不準。今年四月底澳洲知名數學老師艾迪·伍（Eddie Woo）來臺灣演講時，分享了一個經典例子。假設有一種疾病，罹患率是千分之一。

你覺得身體不太對勁，去檢查後，醫生告訴你檢查結果為陽性，你恐怕得了這種病。

醫生安慰你：「檢查不是百分之百正確，有 5% 的誤判可能。」，但這麼低的誤判率，你覺得有被安慰到嗎？請你先想三秒，評估自己生病的機率。實際上陽性反應代表生病的機率只有 2%！如果你單憑直覺思考，你絕對會對這個數字大感意外。與其說機率讓人意想不到，不如說直覺不是那麼可靠。以後遇到不確定時，不妨先想想看，能不能算算看機率吧。

〈整理改寫自聯合新聞網 2019/07/08〉

🧠 概念剖析

大家都知道玩大富翁，其中一個致勝關鍵在於擲骰子的「運氣」，所以我們先了解骰子的情況，擲兩顆骰子的所有情況如右。

	一點	二點	三點	四點	五點	六點
一點	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
二點	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
三點	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
四點	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
五點	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
六點	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

我們可以注意到兩粒骰子點數和為 7 時機率最高為 6/36，擲出 7 點機率最高，擲出 2 點與 12 點機率最低，理解之後我們可以運用在桌遊的獲勝策略上。

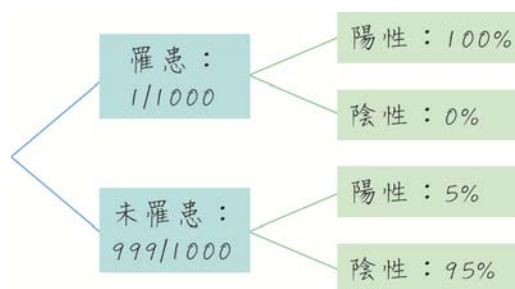
接著我們討論生活中可能會遇到的情況，被醫生告知檢驗結果為陽性，陷入人生低潮，實際上先不要過於悲觀，首先，該疾病的罹患率為千分之一，假設有 1000 位民眾來做檢測，平均來說有 1 位是患者。雖然另外 999 位民眾都很健康，但因為檢查誤差有 5%，將近 50 位民眾檢查結果是陽性，換句話說，50 位裡面只有 1 位是真正的病人。

我們先假設生病的人一定被檢驗出來。透過樹狀圖觀察如右，所以，被檢驗出為陽性實際真的罹患該病的機率為

$$\frac{\frac{1}{1000} \times 1}{\frac{1}{1000} \times 1 + \frac{999}{1000} \times 0.05} = 0.0196,$$

約為 2%，難怪醫生都會建議再找一家醫院檢驗。

不過由樹狀圖分母的兩筆數據可以觀察到如果今天罹患此病的人數升高，那麼陽性的準確率也會提高，比方說到診所快篩流感的人，如果驗出來是流感，還是乖乖吃克流感吧。



🧠 小試身手

- 兩人玩大富翁遊戲，但遊戲道具卻少了兩顆骰子，他們決定改用 6 枚硬幣，出現 1 個正面前進一步，都沒有正面出現就停止一次，目前輪到小華，他觀察到接下來六步內，1, 4 是對方的土地，請問小華走到對方土地的機率為何？
 (1) $\frac{6}{64}$ (2) $\frac{15}{64}$ (3) $\frac{21}{64}$ (4) $\frac{35}{64}$ 。
- 宴會在場的 50 位賓客有人偷了主人的珠寶，由於賓客身上都沒有珠寶，而且他們都不承認偷竊。警方決定動用測謊器，並且只問客人一個問題：「你有沒有偷珠寶？」。已知若某人說謊，則測謊器顯示他說謊的機率為 99%；若某人誠實，則測謊器顯示他誠實的機率是 90%。設竊賊只有一人。當測謊器顯示一賓客說謊時，該賓客真是竊賊的機率約為何？
 (1) 0.83 (2) 0.0198 (3) 0.1178 (4) 0.168。